آزمون ریشه واحد، فرضیه مخالف آزمون ریشه واحد را یـک فرآینـد ESTAR[1] در نظر گرفتند و فرضیه صفر ریشه واحد را در مقابل فرضیه مانای مبتنی بـر ESTAR آزمون نمودند. آن‌ها برای این منظور از یک مدل STAR(1) به شـکل زیـر اسـتفاده نمودند:

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1}[1 - \exp(-\theta y_{t-1}^2)] + \varepsilon_t \qquad (۵)$$

که در آن، $\varepsilon_t \sim iid\,(0,\sigma^2)$ بوده و β و γ پارامترهایی هستند که مقدار آن‌هـا مشخص نیست. برای سادگی، فرض می‌کنیم کـه میـانگین y_t برابـر صـفر اسـت. معادله (۵) را می‌توان به شکل زیر بازنویسی نمود:

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \gamma y_{t-1}[1 - \exp(-\theta y_{t-1}^2)] + \varepsilon_t \qquad (۶)$$

کـــه در آن، $\phi = \beta - 1$ اســـت. در صـــورتی کـــه در معادلـــه (۶)، شـــرط $\theta = 0 \ , \ \phi = 0$ برقرار باشد، به این معنی است که سری مـذکور دارای ریشـه واحد است. اما اگر، $\phi = 0$ و $\theta > 0$ به این معنی است که سـری مـذکور یـک متغیر مانا است که از فرآیند ESTAR پیروی می‌کند. در معادله (۶) اگر $\phi = 0$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1}[1 - \exp(-\theta y_{t-1}^2)] + \varepsilon_t \qquad (۷)$$

بر این اساس فرضیه صفر و مخالف آزمون به شکل زیر قابل تعریف خواهد بود:

$$H_0 : \theta = 0$$
$$H_1 : \theta > 0$$

نکته مهمی که وجود دارد این است که پارامتر γ تحت فرضیه صفر آزمون، قابـل شناسایی نیست. بنابراین نمی‌توان آزمون فرضیه فوق را انجام داد. بـرای رفـع ایـن مشکل، همانند لوککنون[2] و همکاران (۱۹۸۸) از بسط مرتبه اول تیلور استفاده کرده و معادله (۷) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1}^3 + error \qquad (۸)$$

بر اساس معادله فوق، فرضیه صفر و مخالف آزمون به شکل زیر خواهد بود که بـه راحتی با استفاده از آماره t قابل آزمون خواهد بود.

---

1. Exponential Smooth Transition Autoregressive

2. Luukkonen